

Untersuchungen zur Verbesserung der Aufnahmegenauigkeit von Abwasserleitungen

Philipp Striegl, Kim Mönch und Wolfgang Reinhardt

Zusammenfassung

Heutzutage werden Schäden in Abwassersystemen mit Hilfe hochtechnisierter TV-Rohrinspektionseinheiten lokalisiert und behoben. Hilfreich sind dabei Systeme, die den meist unbekanntem Verlauf des Rohrsystems in Lage und Höhe dokumentieren, um Schäden punktuell und dadurch zeit- und kostensparend reparieren zu können. Dieser Artikel bezieht sich auf die Verbesserung der Genauigkeit von direkten Erfassungssystemen, welche mittels Inertialsensorik und Odometrie den Verlauf dokumentieren. Der Schwerpunkt liegt hierbei auf der Korrektur sogenannter Schwimmwinkel durch Bestimmung der Lage der Inspektionseinheit im Rohr. Es werden die Möglichkeiten zur Lagebestimmung mittels Aufnahmen einer Time of Flight-Kamera eines Rohrabchnitts und der beiden robusten Verfahren RANdom SAmple Consensus (RANSAC) und Hough-Transformation zur Bestimmung von Zylindern in Punktwolken untersucht und die Ergebnisse vorgestellt.

Summary

The traditional use of television (TV) inspection methods in the sewer service sector for the localization and recording of pipe damages is time-consuming and expensive and has some major deficits as addressed in this article. The research focuses on the improvement of data acquisition accuracy using direct measurement methods that integrate inertial-sensors and distance meters. The developed algorithm, described in this article, systematically corrects the camera deviation angles from the pipe central axis with pictures of a Time of Flight (ToF) based 3D-camera. The pipe central axis is determined in a point cloud using robust methods like RANdom SAmple Consensus (RANSAC) and Hough-Transformation.

Schlüsselwörter: Grundstücksentwässerungsanlagen, ToF-Kamera, Zylinderbestimmung, Hough-Transformation, RANSAC

1 Einführung und Motivation

In den letzten 20 Jahren fand im Bereich des Abwasserwesens ein Wandel statt. Die Lage sowie der Zustand des öffentlichen Kanalsystems sind heutzutage weitreichend bekannt. Aufgrund von rechtlichen Bestimmungen durch die EU rücken nun die Grundstücksentwässerungsanlagen (GEA) in den Mittelpunkt des Interesses der Abwasserbranche. Als GEA wird das Kanalnetz bezeichnet, welches die Gebäude mit den öffentlichen Hauptkanälen verbindet. GEA bestehen aus genormten PVC-Rohrelementen

und können in Geraden-, Krümmungs- und Abzweigungselemente unterteilt werden. In Fachkreisen wird die Gesamtlänge der GEA in Deutschland auf 1.500.000 Kilometer geschätzt. Es wird davon ausgegangen, dass an Schadstellen austretende Abwässer ein großes Risiko für Mensch und Umwelt darstellen können (Bauer et al. 2009).

Aus diesem Grund müssen GEA inspiziert, auftretende Schäden lokalisiert und anschließend nachhaltig saniert werden. Eine Dokumentation des Verlaufs in Lage und Höhe während einer Inspektion führt zu einer Zeit- und Kostenersparnis bzgl. der Durchführung der Sanierung.

Die Dokumentation von GEA-Verläufen stellt eine Herausforderung dar, da es sich bei diesen Netzen häufig um im Untergrund befindliche, verzweigte Leitungssysteme mit geringem Durchmesser (10–20 cm) handelt.

In Deutschland befindet sich zurzeit eine Vielzahl von Inspektionssystemen mit unterschiedlichen Möglichkeiten zur Dokumentation in Betrieb. Dieser Artikel bezieht sich auf direkte Erfassungssysteme, welche mittels Inertialsensorik und Odometrie den GEA-Verlauf erfassen. Ein solches Inspektionssystem ist zum Beispiel das System geoASYS, welches an der Universität der Bundeswehr München in Zusammenarbeit mit der Firma JT-Elektronik entwickelt wurde. Das System verarbeitet die mit den Sensoren erfassten Daten und berechnet mit Hilfe der sogenannten Koppelnavigation den Verlauf der GEA in Lage und Höhe. Detailliertere Beschreibungen von Erfassungssystemen, im speziellen geoASYS, finden sich in Striegl et al. (2012).

Die von den Anwendern gewünschte Erfassungsgenauigkeit liegt bei ca. 0,5 m in der Lage und 10 cm in der Höhe. Laborversuche und Praxistests mit dem System geoASYS haben gezeigt, dass eine Systemkonfiguration mit Inertialsensor und Odometer in bestimmten Fällen den GEA Verlauf nur mit eingeschränkter Genauigkeit dokumentiert. Eine der Hauptschwierigkeiten bei der Dokumentation von GEA sind die sogenannten Schwimmwinkel. Schwimmwinkel sind Abweichungen zwischen Bewegungsrichtung und Orientierung der Inspektionseinheit und entstehen primär bei der Befahrung von geraden Rohrabchnitts. Beim Vortrieb der im Verhältnis zum Rohrdurchmesser wesentlich kleineren Inspektionseinheit kann es vorkommen, dass sich diese bezüglich der Rohrachse verdreht, beispielsweise bei der Umfahrung von Hindernissen oder durch Manöver des Inspektors. Das System dokumentiert in diesem Fall einen S-förmigen anstatt eines geradlinigen Verlaufs (vgl. Abb. 1).

Zur Vermeidung bzw. Korrektur von Schwimmwinkeln gibt es unterschiedliche Ansätze, die in Bauer et al.

(2009) sowie Striegl et al. (2010) diskutiert werden. In diesem Beitrag werden die Ergebnisse von Untersuchungen vorgestellt, die darauf abzielen, die Lage der Inspektionseinheit durch den zusätzlichen Einsatz einer sogenannten Time of Flight (ToF)-Kamera im Rohr genauer zu erfassen und somit die Schwimmwinkel zu korrigieren. Die in diesem Artikel vorgestellten Untersuchungen und die daraus gewonnenen Ergebnisse entstammen zum Teil der Masterarbeit des zweiten Autors (Mönch 2013).

Bei den durchgeführten Versuchen wurde als optisches System die ToF-Kamera SR4000 der Firma MESA Imaging eingesetzt. Die Kamera beinhaltet einen Sensor mit einer Auflösung von 176×144 Pixel. Die Öffnungswinkel betragen $43,6 \times 34,6$ Grad. Der Messbereich liegt zwischen 0,1 und 5,0 m, mit einer absoluten Genauigkeit von ± 10 mm unter den vom Hersteller definierten Bedingungen (Mesa 2011). Mit einem Kameragehäuse von $65 \times 65 \times 68$ mm ist es möglich, Aufnahmen in Rohren ab 10 cm Durchmesser durchzuführen. Auf praktische Fragen wie den Einfluss von Feuchtigkeit und Schmutz in Abwassersystemen soll in dieser Arbeit nicht eingegangen werden.

Aufgrund der kameraeigenen Infrarot-Belichtungseinheit können auch Aufnahmen in dunkler bzw. lichtloser Umgebung erfolgen. Die Kamera liefert für jede Aufnahme ein Distanz- und Intensitätsbild sowie eine dreidimensionale Punktwolke. Letztere wird in dieser Arbeit primär verwendet. Die prinzipielle Eignung der Kamera für den genannten Anwendungszweck, im speziellen die Reflexionseigenschaften bzgl. des Rohrmaterials PVC, wurde in Weber (2010) festgestellt. Grundvoraussetzung für die Korrektur von Schwimmwinkeln ist eine fixe Installation der Kamera bzgl. des Inertialsensors innerhalb der Inspektionseinheit.

Die Bestimmung der Position der Inspektionseinheit respektive der Kamera im Rohr wird im Weiteren als Bestimmung der äußeren Orientierung der Kamera zum Rohr bezeichnet. Die äußere Orientierung setzt sich aus

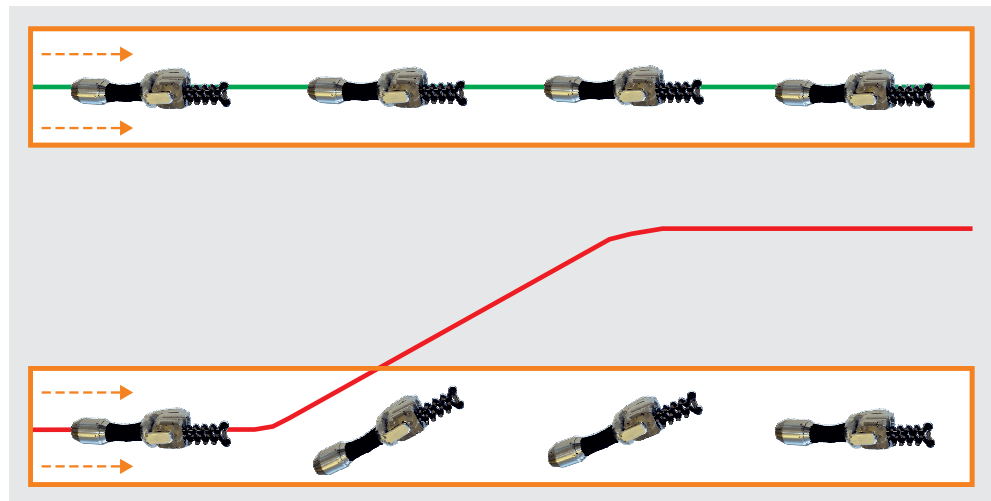


Abb. 1: Korrekt erfasster Verlauf (grüne Linie) und erfasster Verlauf mit auftretendem Schwimmwinkel (rote Linie) in einem geraden Rohrelement (Ansicht von oben)

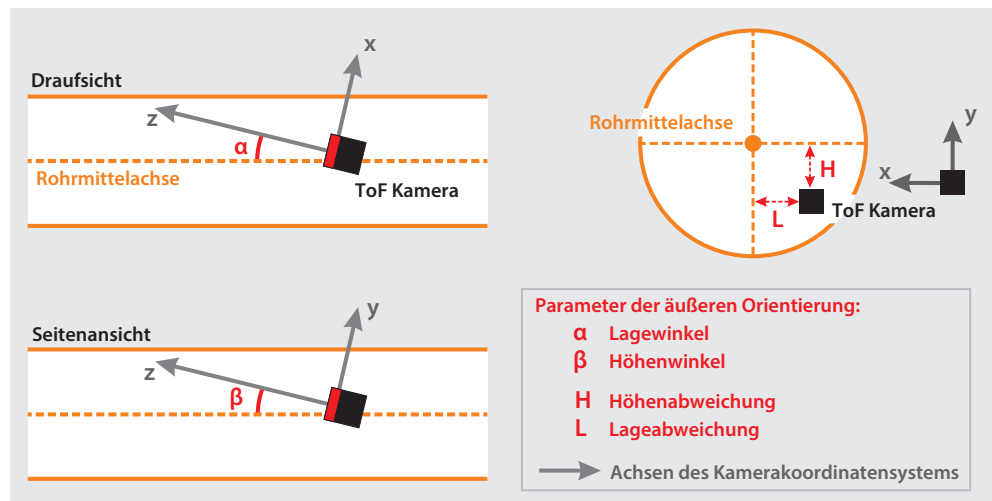


Abb. 2: Komponenten der äußeren Orientierung der Kamera zur mittleren Rohrachse

folgenden vier Komponenten zusammen (siehe Abb. 2): Lagewinkel, Höhenwinkel, Höhenabweichung und Lageabweichung. Diese beziehen sich immer auf die mittlere Rohrachse eines geraden Rohrelements. Bestimmungen der äußeren Orientierung innerhalb von Krümmungselementen werden in diesem Artikel nicht betrachtet.

Die Aufnahme eines geraden Rohrelements mit der SR4000 liefert eine annähernd zylindrisch geformte Punktwolke. Das Ziel ist die Bestimmung der Zylinderachse dieser Punktwolke, die der mittleren Rohrachse des Rohrelements entspricht. Anhand der Lage dieser Achse zum Kamerakoordinatensystem können die Komponenten der äußeren Orientierung abgeleitet werden. Der Lage- und Höhenwinkel entspricht dem Winkel zwischen Zylinderachse und z-Achse in der xz-Ebene bzw. in der yz-Ebene des Kamerakoordinatensystems. Durch Bestimmung des Schnittpunkts der Zylinderachse mit der xy-Ebene lässt sich die Lage- bzw. Höhenabweichung ableiten.

Die Bestimmung der äußeren Orientierung kann zu jedem Zeitpunkt bei der Befahrung eines geraden Rohrelements durchgeführt und die Ergebnisse können zur

Korrektur der Koppelnavigation verwendet werden. Von besonderem Interesse bei dieser Untersuchung war die Genauigkeit, mit der die äußere Orientierung, im speziellen der Lagewinkel, bestimmt werden kann.

Zur Bestimmung der Zylinderachse werden die Verfahren RANdom SAMple Consensus (RANSAC) und Hough-Transformation verwendet. Im wissenschaftlichen Bereich existieren bereits Arbeiten, die sich mit der Bestimmung

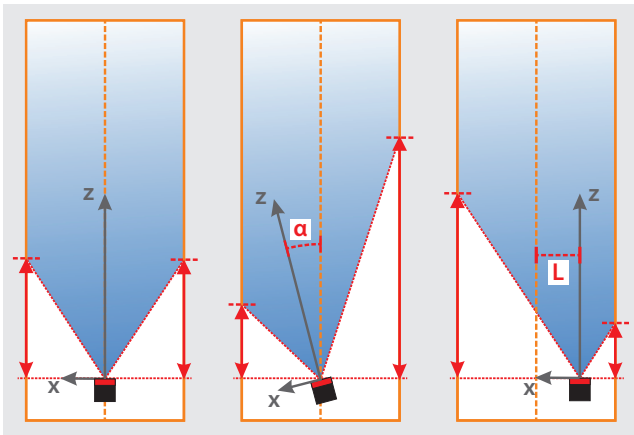


Abb. 3: Drei Fälle für eine Aufnahme mit einer ToF-Kamera in einem geraden Rohr

von Zylindern in Punktwolken beschäftigen (Rabbani und van den Heuvel 2005, Holies und Fischler 1981). Bei den genannten Arbeiten wird auf die Bestimmung der Genauigkeit, mit der die Zylinder respektive die Zylinderachse bestimmt werden können, nicht eingegangen.

Ein typischer Anwendungsfall, bei welchem Zylinder in Punktwolken bestimmt werden, ist die Aufnahme von Rohrsystemen in Industrieanlagen mittels terrestrischen Laserscannings. In diesen Fällen wird ein Rohrelement meist von verschiedenen, außerhalb des Rohrs liegenden Standpunkten aus aufgenommen. Dies führt meist zu einer homogenen Messpunktverteilung auf dem Rohrelement. In dem hier beschriebenen Verfahren befindet sich die Aufnahmeeinheit innerhalb des Rohrelements selbst. Dadurch entsteht eine inhomogene Verteilung der Messpunkte. Die Verteilung der Messpunkte nimmt zum einen mit zunehmendem Abstand zur Messeinheit ab, zum anderen ist die Verteilung der Messpunkte auch abhängig von der äußeren Orientierung der Kamera zum Rohr selbst. In Abb. 3 sind drei Aufnahmen mit den jeweiligen Auswirkungen von Lagewinkel und Lageabweichung auf den Aufnahmebereich dargestellt. In der vereinfachten 2D-Skizze (Ansicht von oben) ist links eine ideale Aufnahmeposition ($\alpha = 0, \beta = 0$), in der Mitte eine Aufnahme mit einem Lagewinkel α und rechts mit einer Lageabweichung L dargestellt.

Mit den in diesem Beitrag vorgestellten Laborversuchen wird gezeigt, mit welcher Genauigkeit die Parameter der äußeren Orientierung, im speziellen der Lagewinkel der Kamera, bestimmt werden können (siehe Abschnitt 3).

2 Verfahren zur Bestimmung der äußeren Orientierung

Eine Zylinderachse kann grundsätzlich durch sechs oder sieben Parameter beschrieben werden. Es handelt sich dabei um den Aufpunktvektor (3 Parameter), den Radius (1 Parameter) und um die Orientierung, die durch zwei Winkel (2 Parameter) oder einen Orientierungsvektor (3 Parameter) definiert werden kann. Bei der Auswertung wird untersucht, mit welcher Genauigkeit die Verfahren die Zylinderachse bestimmen können. Dabei werden die Ergebnisse der Verfahren an sich sowie die Ergebnisse der Verfahren mit einer anschließenden Ausgleichung nach dem Prinzip der kleinsten Quadrate betrachtet.

Durch entsprechende Voruntersuchungen wurden als vielversprechende Verfahren für den genannten Zweck die Verfahren RANSAC und Hough-Transformation identifiziert (Mönch 2013). Es handelt sich dabei um zwei robuste Verfahren zur Bestimmung von Zylinderparametern in Punktwolken. Robust bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die Verfahren robust gegenüber Fehlmessungen sind. Eine Fehlmessung kann zum einen beispielsweise durch einen Messfehler bei der Distanzmessung entstehen. Zum anderen können Fehlmessungen aber auch durch die Aufnahme von Objekten entstehen, die nicht zum Zylinder gehören, in dem sich die Kamera aktuell befindet. Dies sind zum Beispiel Messpunkte, die zu einem darauf folgenden Krümmungselement gehören. Aus diesem Grund muss die Punktwolke in zylinder-zugehörige und zylinder-fremde Punkte unterteilt werden. Die beiden Verfahren zeichnen sich dadurch aus, dass sie die Punktwolke segmentieren und im selben Schritt auch die Zylinderparameter bestimmen können. Die Bestimmung von Zylindern in Punktwolken mit RANSAC wird in Schnabel et al. (2007) beschrieben, die Bestimmung mittels einer angepassten Hough-Transformation in Rabbani und van den Heuvel (2005). Für beide Verfahren müssen vorbereitend die Oberflächennormalen für jeden Punkt der Punktwolke bestimmt werden.

In diesem Fall werden die Oberflächen nach dem Verfahren von Berkmann und Caelli (1994) berechnet. Es handelt sich dabei um ein Optimierungsverfahren, welches unter Berücksichtigung einer definierbaren Anzahl der nächsten Nachbarn mittels Hauptkomponentenanalyse die Oberflächennormale bestimmt. Bei RANSAC könnten alternativ auch die in Beder und Förstner (2006) beschriebenen Verfahren zur Bestimmung von Zylindermodellen ohne Normalen verwendet werden.

Bei den hier durchgeführten Versuchen wurden die Oberflächennormalen unter Verwendung der 50 nächsten Nachbarpunkte bestimmt. Die Ermittlung dieses Wertes erfolgte durch die Auswertung von Aufnahmen einer entlang der Rohrmittellachse ausgerichteten SR4000. Dabei wurde visuell die Ausrichtung der bestimmten Oberflächennormalen bezüglich der Rohrmittellachse untersucht. Dies hat ergeben, dass bei einer größeren Anzahl an verwendeten Nachbarpunkten die Normalen im dichten sowie im

weniger dichten Bereich der Punktwolke wesentlich besser in Richtung der Rohrmittelachse ausgerichtet sind als bei einer geringen Anzahl an Nachbarpunkten. Bei der Verwendung von mehr als 50 Nachbarpunkten hat sich bzgl. der Ausrichtung der Normalen keine Verbesserung mehr gezeigt.

2.1 Zylinderbestimmung mit RANSAC

Der RANSAC-Algorithmus ist ein vielfach verwendeter robuster Algorithmus zur Schätzung von Modellparametern. In diesem Fall schätzt der Algorithmus die Zylinderparameter aus der gegebenen Punktwolke. Der RANSAC-Algorithmus selbst wurde 1980/81 von Martin A. Fischler und Robert C. Bolles (Fischler und Bolles 1981) vorgestellt. Die erste Beschreibung der Verwendung von RANSAC zur Bestimmung von Zylindern erfolgte kurz darauf durch Holies und Fischler (1981). Das für diesen Beitrag verwendete Vorgehen zur Bestimmung der Zylinderparameter orientiert sich an Schnabel et al. (2007). Im Folgenden soll kurz das Vorgehen zur Bestimmung der Zylinderparameter mittels RANSAC dargestellt werden.

2.1.1 Bestimmung der Zylinderparameter mittels RANSAC

1. Aufstellung des Modells
 - a) Aus der Punktwolke werden zufällig zwei Punkte (p_1, p_2) ausgewählt und deren zugehörige Oberflächennormalen (n_1, n_2) bestimmt. Die Kombination aus Punkt und Oberflächennormale beschreibt jeweils eine Gerade.
 - b) Bestimmung der Orientierung a des Zylinders durch das Bilden des Kreuzprodukts aus den beiden Oberflächennormalen $n_1 \times n_2 = a$.
 - c) Projektion der beiden Geraden entlang a in die Ebene $a \cdot x = 0$
 - d) Bestimmung des Schnittpunkts c der beiden projizierten Geraden. Dieser entspricht dann dem Aufpunkt des Zylinders.
 - e) Der Radius entspricht der Distanz eines der beiden projizierten Punkte zum Schnittpunkt c .
2. Bestimmung, in Abhängigkeit von einem vordefinierten Schwellenwert, wie viele Punkte der Punktwolke das aktuelle Modell unterstützen. Diese Punkte werden als »Inlier«, alle anderen Punkte als »Outlier« bezeichnet.
3. Prüfung, ob das aktuell bestimmte Modell besser als die bisherigen Modelle ist. Dies erfolgt in Abhängigkeit von der Anzahl der Inlier. Unterstützt das aktuelle Modell mehr Inlier als die vorherigen Modelle, wird das aktuelle Modell als das beste Modell beibehalten, ansonsten wird es verworfen.

2.1.2 Schwellenwert und Abbruchkriterien

Die Prüfung, ob ein Punkt der Punktwolke dem Modell entspricht, erfolgt in Anlehnung an das Vorgehen des

Open Source Projekts »Point Cloud Library« (Point Cloud Library 2013) mittels zweier Parameter: der Distanz d_{euclid} und der Normalenabweichung d_{norm} . Die Distanz d_{euclid} beschreibt den Abstand eines Punktes zum Zylindermantel auf der Lotlinie zur Zylinderachse. Die Normalenabweichung d_{norm} beschreibt die Abweichung einer Oberflächennormalen zur Lotlinie. Diese wird im Bogenmaß berechnet und kann so auch als Distanz angesehen werden. Um die beiden Distanzen gewichten zu können, wird der Gewichtungsfaktor ζ eingeführt. Die damit berechnete Distanz muss unterhalb eines vorgegebenen Schwellenwerts t liegen, um als Inlier eingestuft zu werden.

$$\zeta \cdot d_{norm} + (1 - \zeta) \cdot d_{euclid} < t \quad (1)$$

Bei der in Abschnitt 3.2 vorgestellten Auswertung wurden ein Schwellenwert von 5 cm und ein Gewichtungsfaktor von 0,1 gewählt. Die Auswahl beruht auf den Ergebnissen von vorher durchgeführten empirischen Versuchen unter Berücksichtigung der Genauigkeitsspezifikationen der Kamera.

Das Abbruchkriterium bei RANSAC-Algorithmen kann entweder als feste Anzahl von Iterationen definiert oder mittels einer Wahrscheinlichkeitsfunktion geschätzt werden. In Fischler und Bolles (1981) wird mit Hilfe einer Wahrscheinlichkeitsfunktion die Anzahl der benötigten Iterationen n nach folgender Formel berechnet:

$$n \geq \frac{\log(1 - p)}{\log(1 - (1 - \epsilon)^s)} \quad (2)$$

wobei p für die Wahrscheinlichkeit steht, mindestens einmal eine von Outliern freie Teilmenge aus der Punktwolke zu erhalten. ϵ beschreibt den relativen Anteil an Outliern und wird beim ersten Durchlauf geschätzt und danach bei jeder Iteration in Abhängigkeit vom Modell neu berechnet. s gibt die Anzahl der Punkte an, die zur Modellbildung benötigt werden.

2.2 Zylinderbestimmung mit Hough-Transformation

Das Verfahren der Hough-Transformation wurde 1962 von Paul V.C. Hough entwickelt. Ursprünglich wurde das Verfahren zur Detektion parametrisierbarer geometrischer Objekte in Binärbildern angewendet (Hart 2009). In Rabbani und van den Heuvel (2005) wird die Bestimmung der Zylinderparameter mittels der Hough-Transformation beschrieben. Dieses Verfahren kann in zwei Arbeitsschritten gegliedert werden:

1. Bestimmung der besten Zylinderorientierung mittels einer Hough-Transformation der Oberflächennormalen.
2. Bestimmung von Aufpunkt und Radius mittels einer Hough-Transformation unter Verwendung der Punkte, die im ersten Schritt der besten Zylinderorientierung zugeordnet worden sind.

Das hier beschriebene Vorgehen orientiert sich an Rabbani und van den Heuvel (2005) und soll im folgenden Abschnitt kurz erläutert werden.

2.2.1 Bestimmung der Orientierung mittels Hough-Transformation

Zur Bestimmung der Zylinderorientierung muss zuerst ein sogenannter Dual- oder auch Hough-Raum geschaffen werden, der die möglichen Parameter für die Zylinderorientierung enthält. Es handelt sich in diesem Fall um eine Hemisphäre mit dem Radius 1 und in Abhängigkeit von Länge und Breite gleich verteilten Akkumulationspunkten (siehe Abb. 4 rechts). Die Erstellung des Hough-Raums erfolgt nach der »Approximative Uniform Sampling Method« (Rabbani 2006, Rusin 1998, Lutton 1994).

Die Auflösung des Hough-Raums, also die verwendeten Inkremente für Länge und Breite, sollten der gewünschten Genauigkeit zur Bestimmung der Zylinderorientierung entsprechen. Ausgehend von der Tatsache, dass sich die Oberflächennormalen eines Zylinders in der Gauß'schen Sphäre als Kreis darstellen, wird nun jeder Oberflächennormale ein Großkreis zugeordnet. Die Oberflächennormale bildet die Normale der Ebene, in der dieser Großkreis liegt (siehe Abb. 4 links).

Die Zylinderorientierung entspricht im Idealfall dem Schnittpunkt aller Großkreise (siehe Abb. 4 Mitte). Um

diesen Schnittpunkt zu bestimmen, werden für jeden Großkreis die Schnittpunkte mit dem Hough-Raum berechnet. Jeder von einem Großkreis geschnittene Akkumulationspunkt des Hough-Raums wird um eins erhöht. Wurde dies mit allen Großkreisen der Oberflächennormalen durchgeführt, kann anhand des Akkumulationspunkts mit dem größten Wert die Zylinderorientierung direkt abgeleitet werden. Alle Punkte, deren zugehöriger Großkreis den Akkumulationspunkt mit dem größten Wert schneidet, werden als Inlier der Orientierung bezeichnet.

2.2.2 Bestimmung von Aufpunkt und Radius mittels Hough-Transformation

Die Bestimmung des Aufpunkts und des Radius des Zylinders erfolgt unter Verwendung der im vorherigen Schritt bestimmten Inlier. Diese Punkte werden auf eine uv -Ebene mit einer der Zylinderorientierung entsprechenden Normalen projiziert und dann in die xy -Ebene transformiert (siehe Abb. 5 links).

Zur Bestimmung von Aufpunkt und Radius wird wieder ein Hough-Raum, in diesem Fall ein einfaches Punktraster, erstellt und über die xy -Ebene gelegt. Um die projizierten und transformierten Inlier der Orientierung werden nun Kreise mit verschiedenen Radien gelegt. Jeder dieser Kreise (mit gleichem Radius) wird mit den Akkumulationspunkten eines Hough-Raums verschnitten (siehe Abb. 5 rechts).

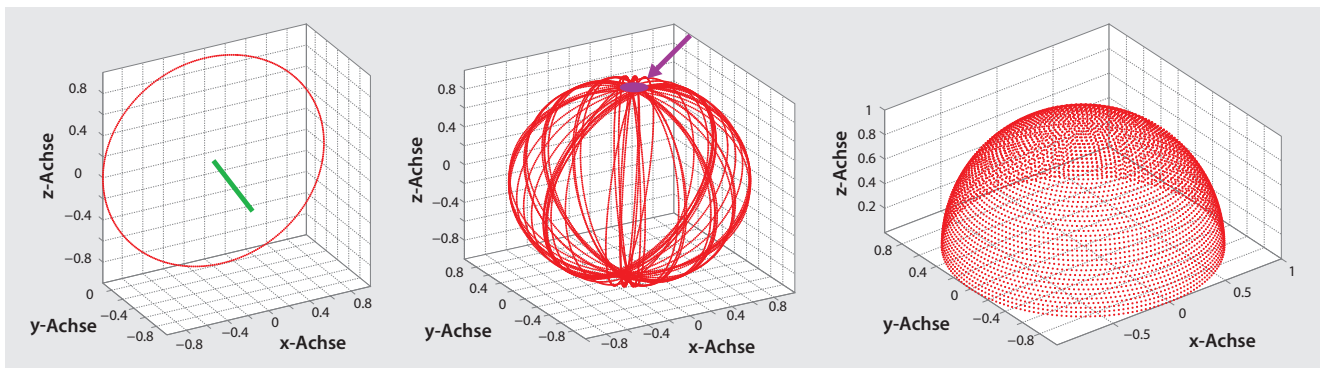
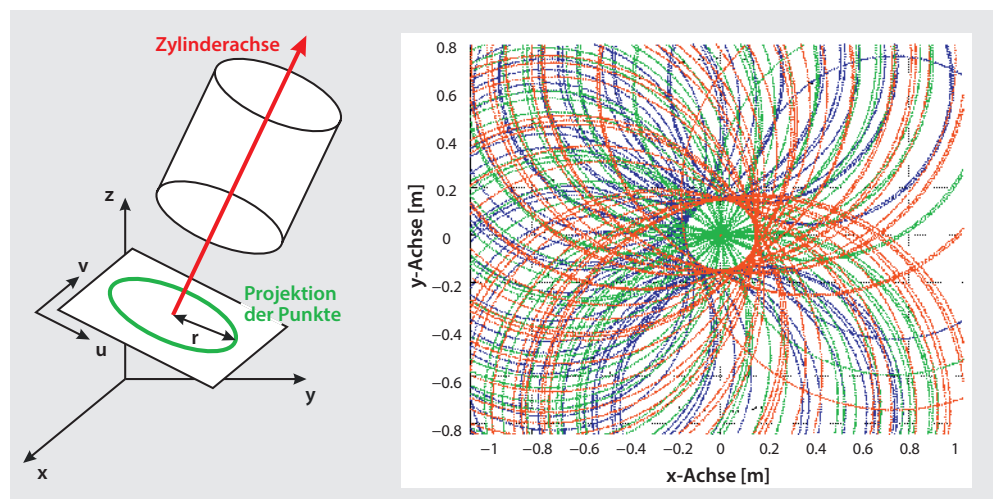


Abb. 4: Links: einzelner Großkreis mit dazugehöriger Oberflächennormale (grün); Mitte: mehrere Großkreise mit Schnittpunkt im Bereich des Pols (markiert durch Pfeil); rechts: mit »Approximative Uniform Sampling Method« erstellter Hough-Raum

Abb. 5: Links: Skizze der Projektion der Punkte in die uv -Ebene; rechts: Darstellung der um die projizierten und transformierten Punkte gebildeten Kreise



Die dabei geschnittenen Akkumulationspunkte werden jeweils wieder um eins erhöht. Es entstehen somit der Anzahl der untersuchten Radien entsprechend viele Hough-Räume. Die Auflösung der Radien sowie die Auflösung des Hough-Raums müssen entsprechend der gewünschten Genauigkeit, mit der Aufpunkt und Radius bestimmt werden sollen, angepasst werden.

Als nächstes wird der Hough-Raum mit dem höchsten Akkumulationspunkt gesucht. Der zu diesem Hough-Raum assoziierte Radius entspricht dem Zylinderradius. Da sich die Punkte in der xy-Ebene befinden, können die x- und y-Koordinaten für den Aufpunkt direkt aus dem Hough-Raum abgeleitet werden. Am Schluss erfolgt eine Rücktransformation des Aufpunkts in die uv-Ebene.

Das Vorgehen lässt sich anhand Abb. 5 (rechts) verdeutlichen: In der xy-Ebene sind um die projizierten und transformierten Punkte Kreise mit drei verschiedenen Radien (blau, grün und rot) eingezeichnet. Wie anhand der Abbildung ersichtlich ist, schneiden sich die grünen Kreise in der Mitte des Zylinders. Der dazugehörige Hough-Raum beinhaltet somit den Akkumulationspunkt mit dem höchsten Wert. Anhand der Verknüpfung der Radien mit dem jeweiligen Hough-Raum lässt sich der Radius und anhand der Position des Akkumulationspunkts in der xy-Ebene auch der Aufpunkt ableiten.

Wie auch bei der Bestimmung der Orientierung können die Inlier, also die dem maximalen Akkumulationspunkt zugewiesenen Punkte, bestimmt werden. Diese werden als Inlier der gesamten Hough-Transformation bezeichnet.

Die Durchführung der Hough-Transformation erfolgt in zwei Stufen, um den Rechenaufwand und damit die Rechenzeit zu minimieren. Zuerst wird eine Grobsuche der Zylinderparameter durchgeführt. Dazu wird eine Auflösung von 1° für den Hough-Raum zur Bestimmung der Orientierung und eine Auflösung von 5 mm für den Hough-Raum zur Bestimmung von Aufpunkt und Radius verwendet. Im zweiten Schritt erfolgt nun eine Feinsuche in einem bestimmten Bereich um die in der Grobsuche gefundenen Zylinderparameter. Die Feinsuche erfolgt mit einer Auflösung von $0,05^\circ$ und 0,5 mm.

Für die in Abschnitt 3 vorgestellten Untersuchungen wurden beide Verfahren mit Hilfe der Software Matlab implementiert.

3 Laborversuche

Um eine Aussage über die Genauigkeit der Verfahren bezüglich der Bestimmung der äußeren Orientierung treffen zu können, wurden im geodätischen Labor der Universität der Bundeswehr München Versuche mit der Kamera SR4000 in einem geraden, ein Meter langen Rohrelement durchgeführt. Der innere Rohrdurchmesser betrug 15 cm. Im Rahmen der Versuche wurde eine spezielle Kameralhalterung entwickelt, mit der verschiedene Lagewinkel und Lageabweichungen eingestellt werden können. Die jeweiligen Einstellungen dienen in den folgenden Untersuchungen als Sollwerte, anhand derer die Genauigkeit der Ergebnisse der Verfahren bewertet werden kann. Die Einstellung von Sollwerten für Höhenwinkel und Höhenabweichung war nicht möglich. Diese beiden Parameter der äußeren Orientierung können aber als konstant angesehen werden.

Die Kameralhalterung besteht aus zwei Messtischen der Firma Qwis, einem Lineartisch und einem Winkelverstelltisch (siehe Abb. 6 rechts). Mit diesen können Lageabweichungen entlang der x-Achse auf 0,01 mm und Rotationen um die y-Achse des Kamerakoordinatensystems auf $0,1^\circ$ genau eingestellt werden. Unter Berücksichtigung der Dimension der Kamera und dem gegebenen Durchmesser betrug die maximal einstellbare Lageabweichung aufgrund der Konstruktion der Kameralhalterung und der Installation im Rohr maximal 2,5 cm. Die Rotation um die y-Achse konnte maximal 16° betragen.

3.1 Versuchsaufbau

Die auf der Halterung montierte Kamera wurde bei den Versuchen fest mit dem Rohr fixiert und die z-Achse des Kamerakoordinatensystems parallel zur mittleren Rohrachse eingemessen (siehe Abb. 6). Die Einmessung erfolgte in zwei Teilschritten: Zuerst wurde, wie in Abb. 6 (links oben) dargestellt, die Zielachse eines Theodolits entlang der mittleren Rohrachse ausgerichtet. Dazu wurde eine Abdeckung mit einem zentrierten Loch am hinteren Ende des Rohres montiert und mit einer Lichtquelle von außen

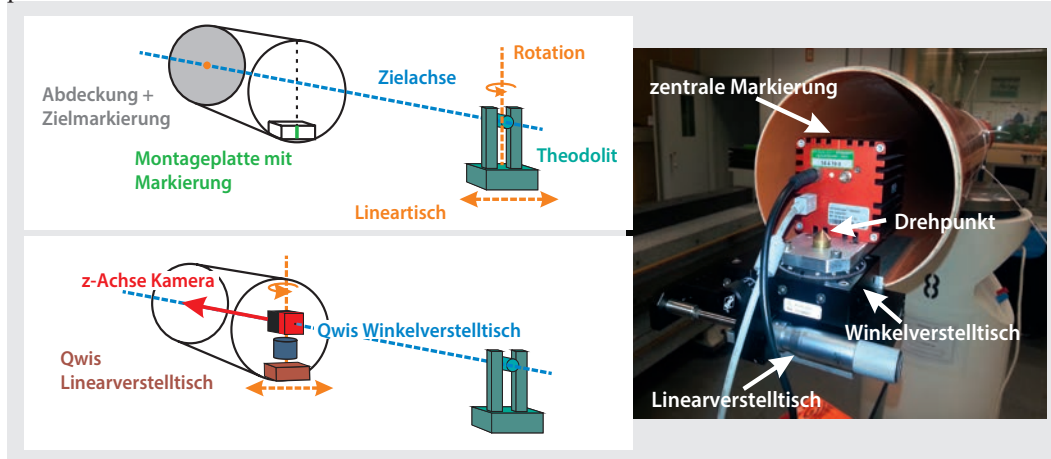


Abb. 6: Links oben: Skizze des Vorgehens zur Ausrichtung der Zielachse entlang der Rohrachse; links unten: Einmessung der z-Achse der Kamera entlang der Zielachse; rechts: Versuchsaufbau mit montiertem Linear- und Winkelverstelltisch sowie eingemessener SR4000

beleuchtet. Am vorderen Ende des Rohres befand sich eine horizontal angebrachte Montageplatte mit einer zentralen Markierung. Diese beiden Markierungen definieren die Richtung der mittleren Rohrachse. Mit Hilfe eines unter dem Theodolit angebrachten Lineartisches erfolgte die Ausrichtung der Zielachse des Theodolits entlang der mittleren Rohrachse. Im zweiten Schritt erfolgte die Montage und Einmessung der auf dem Linear- und Winkelverstellisch installierten Kamera. Mittels eines Markierungs­dorns wurde der Drehpunkt (Abb. 6 rechts) in die Zielachse durch Verstellung des Lineartisches eingemessen. Anschließend musste durch eine zentral angebrachte Markierung am Kameragehäuse die z-Achse entlang der Zielachse ausgerichtet werden (Abb. 6 links unten).

Bei der Einmessung hat sich gezeigt, dass die PVC-Rohre vermutlich produktionsbedingt keinen idealen Kreis beschreiben. Messungen des Rohrdurchmessers mittels einer Schieblehre in verschiedenen Positionen zum Rohr haben Abweichungen vom Soll­durchmesser von bis zu 1 mm ergeben. Auch kann die Schraubbefestigung der Montageplatte dazu führen, dass sich das Rohr leicht verzieht und dadurch ebenfalls von einem idealen Kreis abweicht. Beide Faktoren können sich natürlich auch auf die Qualität der Einmessung auswirken. Die Einmessgenauigkeit des Lagewinkels und der Lageabweichung kann somit nur geschätzt werden, lag aber in jedem Fall unter 0,5° bzw. unter 1 mm. Für die in Abschnitt 3 vorgestellten Untersuchungen sind diese Werte vernachlässigbar.

Bei den Aufnahmen wurde die Messfrequenz der Kamera auf 30 MHz eingestellt. Die Einstellung der Integrationszeit erfolgte automatisch durch die Kamera selbst. An jeder Position wurden mindestens zehn Aufnahmen mit der Kamera durchgeführt.

3.2 Auswertung

Bei der Auswertung werden die Ergebnisse der folgenden Auswerteverfahren berücksichtigt:

- RANSAC: Durch den RANSAC-Algorithmus geschätzte äußere Orientierung.
- RANSAC+A: Ausgeglichenere äußere Orientierung: Ausgleichung der durch RANSAC bestimmten Inlier.
- HOUGH: Durch die Hough-Transformation bestimmte äußere Orientierung.
- HOUGH+A: Ausgeglichenere äußere Orientierung: Ausgleichung der durch Hough bestimmten Inlier.
- HOUGH+PA: Ausgeglichenere äußere Orientierung: Ausgleichung der durch Hough bestimmten Inlier. Die Anzahl der Inlier wurde bei diesem Verfahren durch Verwendung eines Puffers erhöht.

Das Verfahren HOUGH+PA musste eingeführt werden, da aufgrund der sehr hohen Auflösung der Hough-Räume oftmals nur eine sehr geringe Anzahl an Inlier den maximalen Akkumulationspunkten zugeordnet ist. Dem entsprechend gehen auch nur sehr wenige Punkte in die Ausgleichung mit ein. In manchen Fällen sind dies nur bis zu 200 Punkte von den theoretisch möglichen 25.344 Punkten. Aus diesem Grund wird, wie auch in Rabbani (2006) beschrieben, ein Puffer um die maximalen Akkumulationspunkte bei der Orientierungs- sowie bei der Aufpunkts- und Radiusbestimmung gelegt, um die Anzahl der Inlier zu erhöhen. Für die Versuche wurde bei der Orientierungsbestimmung ein Pufferbereich von 7,5° und bei der Bestimmung des Aufpunkts und des Radius ein Pufferfenster von 2 × 2 cm gewählt. Der Pufferbereich von 7,5° entspricht der Hälfte des kleinsten Krümmungselements von 15° bei GEA.

Die Ausgleichung erfolgte entsprechend dem Vorgehen der Point Cloud Library (Point Cloud Library 2013) mittels eines Levenberg-Marquard-Algorithmus zur Bestimmung der Zylinderparameter. Dieser wurde ebenfalls mit Hilfe der Software Matlab nach Nash (1979) implementiert.

In den folgenden Diagrammen wird immer die Differenz der durch die Verfahren bestimmten äußeren Orientierung zur eingestellten äußeren Orientierung dargestellt.

3.2.1 Innere Genauigkeit

In einem ersten Schritt wurde die innere Genauigkeit der Verfahren anhand verschiedener Aufnahmen mit der SR4000 geprüft. Dazu wurden bei unterschiedlich eingestellten Lagewinkeln bzw. Lageabweichungen mehrere Aufnahmen ohne Veränderung der Position der Kamera durchgeführt und ausgewertet. Stellvertretend dafür sind in den Abb. 7 und 8 die Ergebnisse der Auswertung von 20 Aufnahmen mit einem Lagewinkel und einer Lageabweichung gleich null dargestellt.

Die x-Achse definiert dabei die Nummer der Messung in der Messreihenfolge. Die y-Achse zeigt die Differenz der von den Verfahren bestimmten Lagewinkel bzw. Lageabweichungen zu den eingestellten Sollwerten.

Das Auswerteverfahren RANSAC zeigt deutliche Differenzen bei der Bestimmung von Lagewinkeln und Lageabweichungen zu den Sollwerten. Dies ist auf das Schätzverfahren selbst zurückzuführen, da zur Bestimmung der Zylinderparameter und damit der äußeren Orientierung nur zwei zufällig ausgewählte Punkte und deren Normalen verwendet werden. Für die Bestimmung der äußeren Orientierung ist somit das Verfahren RANSAC allein ungeeignet. Nur die Kombination mit einer anschließenden Ausgleichung der Inlier (RANSAC+A) liefert stabile und genaue Ergebnisse. Die Differenz des Lagewinkels zum Sollwert beträgt in diesem Fall bei RANSAC+A im Mittel $-0,06^\circ$ mit einer Standardabweichung von $0,16^\circ$. Bei der Lageabweichung beträgt die Differenz zum Sollwert im Mittel $0,66$ mm mit einer Standardabweichung von $0,84$ mm.

Das Auswerteverfahren HOUGH liefert ähnlich wie RANSAC Ergebnisse mit deutlicher Streuung zu den Sollwerten. Die Ausgleichung der Inlier bei HOUGH+A führt hingegen kaum zu einer Verbesserung der Ergebnisse wie bei RANSAC+A. Die Kurvenverläufe von HOUGH und HOUGH+A sind nahezu identisch. Dies liegt, wie schon am Anfang dieses Abschnitts beschrieben, an der geringen Anzahl der Inlier. Unter Berücksichtigung dieses Sachverhalts wird bei der weiteren Auswertung das Verfahren HOUGH+A nicht mehr betrachtet.

Die Verwendung eines Puffers und die dadurch erhöhte Anzahl der Inlier wie bei HOUGH+PA führen zu einer Verbesserung der Ergebnisse.

Grundsätzlich kann festgestellt werden, dass das Verfahren RANSAC+A unter den gegebenen Bedingungen eine sehr hohe innere Genauigkeit erreicht, die die Anforderungen der Anwendung erfüllen. Aufgrund der bisher gewonnenen Ergebnisse werden die Auswerteverfahren HOUGH, HOUGH+A und RANSAC im weiteren Verlauf nicht mehr betrachtet und nur noch die Ergebnisse von HOUGH+PA und RANSAC+A vorgestellt.

3.2.2 Absolute Messgenauigkeit

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Auswerteverfahren von HOUGH+PA und RANSAC+A bei verschiedenen Lagewinkeln α , Höhenwinkeln β und Lageabweichungen L vorgestellt. Die jeweilige Sollwert-Einstellung des Lagewinkels und der Lageabweichung ist durch die x-Achse definiert. Die y-Achse zeigt die Differenz der Ergebnisse der Verfahren zu den eingestellten Sollwerten. Bei jeder Sollwert-Einstellung wurden zehn Aufnahmen durchgeführt. Die Ergebnisse werden jeweils als Punkt dargestellt. Der Übersichtlichkeit halber wurde für jede Einstellung der Mittelwert der Ergebnisse berechnet und dieser als Verlauf eingezeichnet.

Wie in Abb. 9 erkennbar liegen die Mittelwerte der Lagewinkel bei RANSAC+A bis zu einer Rotation von ca. 4° unterhalb eines Grades. Mit der Erhöhung der Rotation nehmen auch die Differenzen zu den Sollwerten zu. Bei einer Rotation von 16° beträgt die Abweichung

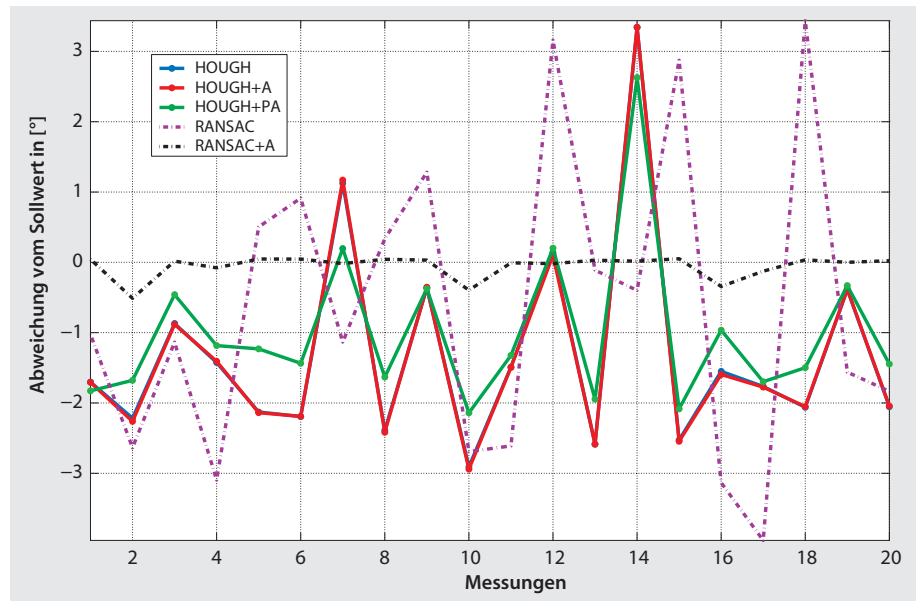


Abb. 7: Mit RANSAC-Algorithmus und Hough-Transformation bestimmte Differenz der Lagewinkel zu den Sollwerten bei 20 Messungen

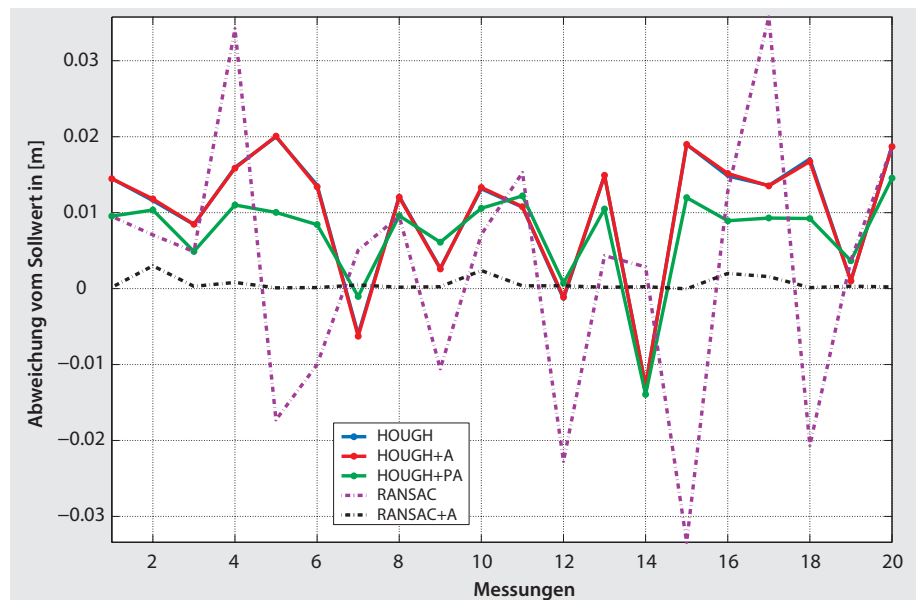


Abb. 8: Mit RANSAC-Algorithmus und Hough-Transformation bestimmte Differenz der Lageabweichung zu den Sollwerten bei 20 Messungen

schon 2,6°. Der Verlauf der Mittelwerte beim Höhenwinkel verhält sich bei RANSAC+A annähernd linear und liegt bei ca. 0,35°.

Bei der Betrachtung der Ergebnisse von HOUGH+PA fällt auf, dass die Differenzen zu den Sollwerten stärker als bei RANSAC+A ausfallen. Bei einer eingestellten Rotation von 0° beträgt die Differenz schon ca. -1°. Bei einer eingestellten Rotation von 16° beträgt die Abweichung zum Sollwert ca. 3,3°. Auch die Streuung der Einzelmessungen ist bei HOUGH+PA wesentlich größer als bei RANSAC+A. Der Verlauf des Höhenwinkels unterliegt ebenfalls deutlich größeren Schwankungen.

Die Ergebnisse von RANSAC+A zeigen, dass die bestimmten Lagewinkel einem systematischen Fehler unterliegen. Mit steigender Lagewinkeleinstellung nimmt

auch die Differenz zu (siehe Abb. 9). Auch die Ergebnisse des Auswerteverfahrens HOUGH+PA scheinen diesem systematischen Fehler zu unterliegen, dessen Ursache noch nicht zweifelsfrei geklärt werden konnte. Momentan wird davon ausgegangen, dass dieser Fehler aufgrund der Änderung der Punktverteilung bei steigendem Lagewinkel auftritt. Wie aus Abb. 3 ableitbar ist, wird bei einer Drehung der Kamera nach links die rechte Seite des Rohres durch weniger Punkte abgedeckt. Die Punktdichte verhält sich damit indirekt proportional zur Drehung. Diese Annahme wird auch dadurch gestützt, dass die Höhenwinkel bei RANSAC+A, welche bei diesem Versuchsaufbau als konstant anzusehen sind, keinem systematischen Fehler unterliegen (siehe Abb. 9).

Die Ergebnisse der durch die Verfahren bestimmten Lageabweichung sind in Abb. 10 dargestellt. Bei einer Lageabweichung von 0 m liegt der Mittelwert der Differenz bei RANSAC+A bei ca. 1 mm. Bei einer Lageabweichung von 0,025 m beträgt die Abweichung ca. 3 bis 4 mm. Die jeweils berechnete Differenz zum Sollwert der Einzelmessungen sowie das berechnete Mittel liegen bei RANSAC+A durchgehend unterhalb von 5 mm. Die Ergebnisse von HOUGH+PA sind diesbezüglich deutlich schlechter. Bei 0 und 0,025 m liegen diese bei ca. ± 8 mm. Im mittleren Bereich sinkt die Differenz auf ca. 2 mm. Bei Betrachtung des Verlaufs der Mittelwerte unter Berücksichtigung der Streuung der Einzelmessungen von HOUGH+PA ist davon auszugehen, dass HOUGH+PA nicht in der Lage ist, Änderungen der Lageabweichung in der gegebenen Auflösung korrekt zu detektieren.

Auch bei der Lageabweichung zeigt sich bei RANSAC+A ein leicht systematischer Anstieg der Differenzen zum Sollwert mit zunehmender Lageabweichung. Dies würde auf den gleichen Effekt hindeuten wie bei den Lagewinkeln: Mit steigender Lageabweichung nach links reduziert sich die Punkanzahl auf der rechten Seite des Rohres. Da die Auswirkung einer Lageabweichung auf die Punktdichte wesentlich geringer ausfällt als bei einer Abweichung des Lagewinkels, erklärt dies auch den

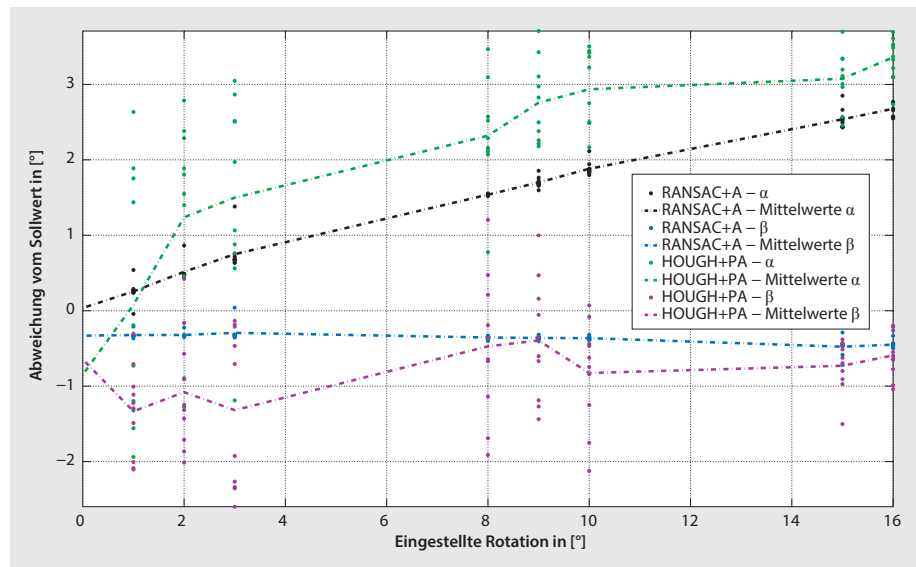


Abb. 9: Differenz der von RANSAC+A und HOUGH+PA bestimmten Lage- und Höhenwinkel zu den Sollwerten

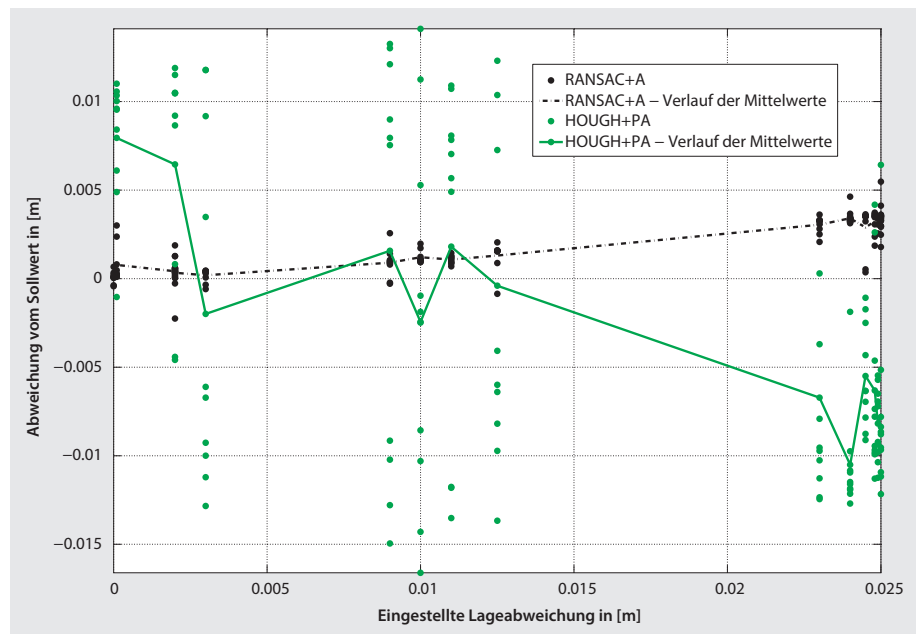


Abb. 10: Differenz der von RANSAC+A und HOUGH+PA bestimmten Lageabweichungen zu den Sollwerten

nur verhältnismäßig leichten Anstieg der Differenzen zum Sollwert bei der Lageabweichung gegenüber dem hohen Anstieg beim Lagewinkel. Anhand der Ergebnisse von HOUGH+PA lässt sich allerdings dieser systematische Fehler nicht bestätigen.

Aufgrund des hohen Aufwands für die Prozessierung der Aufnahmen wurden bei der Planung der Versuche drei verschiedene Rotationsbereiche ausgewählt, um die Genauigkeit der Verfahren untersuchen zu können. Wie anhand der Ergebnisse ersichtlich, waren diese Bereiche in kleine, mittlere und hohe Lagewinkel- bzw. Lageabweichungen unterteilt. In diesen Bereichen wurden zur Untersuchung der Genauigkeit kleine Änderungen der Lagewinkel und Lageabweichungen von $0,1^\circ$ und $0,1$ mm durchgeführt. Die Auswerteergebnisse der Aufnahmen

mit solch kleinen Änderungen wurden der Übersichtlichkeit halber nicht dargestellt. Bei der Analyse der Ergebnisse hat sich wie schon erwähnt gezeigt, dass die Abweichungen der Lagewinkel annähernd linear mit der Größe des eingestellten Winkels zunehmen. Um dies noch zuverlässiger zu bestimmen, wäre eine gleichabständige Verteilung der Winkel besser gewesen. Dies wird bei zukünftigen Untersuchungen erfolgen.

Insgesamt betrachtet zeichnet sich das Verfahren RANSAC+A durch eine hohe Stabilität bei der Wiederholgenauigkeit aus. Bei einem eingestellten Lagewinkel von 16° kann der Lagewinkel mit einer Differenz von ca. $2,7^\circ$ genau bestimmt werden. Durch die Korrektur eines solch relativ großen Winkels um $13,3^\circ$ kann die Genauigkeit von Erfassungssystemen in jedem Fall deutlich gesteigert werden. Zukünftige Untersuchungen müssen zeigen, ob der entdeckte systematische Fehler korrigierbar ist. Dann könnte die Genauigkeit der Bestimmung des Lagewinkels auch bei größeren Rotationen deutlich verbessert werden.

4 Zusammenfassung und Ausblick

Die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen zur Bestimmung von Schwimmwinkeln in geraden Rohrelementen zielen auf eine Erhöhung der Genauigkeit von direkten Erfassungssystemen ab. Im Vordergrund dieser Arbeit stand die Untersuchung der erreichbaren Genauigkeit, mit der diese Schwimmwinkel detektiert werden können.

Untersucht wurden in dieser Arbeit die Verfahren RANSAC-Algorithmus und Hough-Transformation, mit welchen die äußere Orientierung einer ToF-Kamera zu einem geraden Rohrelement bestimmt werden kann.

In den durchgeführten Versuchen hat sich gezeigt, dass der RANSAC-Algorithmus mit Ausgleichung der bestimmten Inlier die besten Ergebnisse liefert. Bei einem eingestellten Lagewinkel bzw. Schwimmwinkel von bis zu 16° kann dieser durch das Verfahren RANSAC+A mit einer Abweichung von ca. $2,7^\circ$ genau bestimmt werden. Durch die Korrektur eines solch relativ großen Schwimmwinkels um $13,3^\circ$ kann die Genauigkeit von Erfassungssystemen in jedem Fall deutlich gesteigert werden. Bis zu einem Schwimmwinkel von 4° liegt der Genauigkeitsbereich des Verfahrens RANSAC+A sogar unter 1° . Die Hough-Transformation mit Ausgleichung liefert bei diesen Versuchen im Vergleich zum RANSAC-A deutlich schlechtere Ergebnisse. Es ist davon auszugehen, dass mit größeren Pufferbereichen bei der Hough-Transformation ähnliche Ergebnisse erzielt werden können. Der dafür benötigte Rechenaufwand bzw. die Rechenzeit würde aber in keinem Verhältnis zur Rechenzeit des RANSAC-Algorithmus und den damit erzielten Ergebnissen stehen.

Ein wichtiges Ergebnis ist des Weiteren, dass die Bestimmung des Lagewinkels bei der gegebenen Messkonfiguration, also einer Aufnahme im Inneren des Rohres,

einem systematischen Fehler unterliegt. Dieser Fehler verhält sich direkt proportional zur Größe des eingestellten Lagewinkels.

In zukünftigen Arbeiten muss untersucht werden, ob der durch die Versuche aufgedeckte systematische Fehler durch das Anbringen von Korrekturwerten eliminiert werden kann, um eine Verbesserung der Ergebnisse zu erreichen.

Dank

An dieser Stelle möchten wir dem geodätischen Labor der Universität der Bundeswehr am Institut für Geodäsie (Prof. O. Heunecke), im speziellen den Mitarbeitern Herrn Pongratz und Herrn Liebl, für die Unterstützung bei der Durchführung der Versuche und bei der Konstruktion der Kamerahalterung danken. Dank gilt auch der Professur für Visual Computing der Universität der Bundeswehr, Herrn Professor Mayer und seinen Mitarbeitern Herrn Nguatem und Herrn Drauschke, für die beratende Unterstützung bei der Programmierung der Algorithmen.

Literatur

- Bauer, A., Heister, H., Reinhardt, W.: geoASYS – ein System zur Dokumentation des Verlaufes von Grundstücksentwässerungsanlagen, gwf Wasser | Abwasser 2–3, S. 190–196, 2009.
- Beder, C., Förstner, W.: Direct Solutions for Computing Cylinders from Minimal Sets of 3D Points, Proceedings of the European Conference on Computer Vision, S. 135–146, 2006.
- Berkmann, J., Caelli, T.: Computation of Surface Geometry and Segmentation Using Covariance Techniques, IEEE Transaction On Pattern Analysis And Machine Intelligence, Vol. 16, S. 1114–1116, 1994.
- Fischler, M., Bolles, R.: Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography, Communications of the ACM 24, S. 381–395, 1981.
- Hart, P.: How the Hough transform was invented, IEEE Signal Processing Magazine, S. 18–22, 2009.
- Holies, R., Fischler, M.: A RANSAC-based approach to model fitting and its application to finding cylinders in range data, Proceedings of the 7th International Joint Conference on Artificial Intelligence, S. 637–644, 1981.
- Lutton, E., Maitre, H., Lopez-Krahe, J.: Contribution to the determination of vanishing points using Hough transform, IEEE Transactions On Pattern Analysis And Machine Intelligence, S. 430–438, 1994.
- MESA Imaging AG: SR4000 Product Specifications, 5.1. Auflage, MESA Imaging AG Zürich, 2011, online verfügbar unter www.mesa-imaging.ch, zuletzt geprüft am 29.08.2013.
- Mönch, K.: Genauigkeitsuntersuchung zweier mathematischer Ansätze zur Bestimmung der Lage einer 3D-Kamera in einem Rohrsystem, Masterarbeit am Institut für Angewandte Informatik der Universität der Bundeswehr München, unveröffentlicht, 2013.
- Nash, J.: Compact numerical methods for computers. Linear algebra and function minimisation, Hilger, Bristol, 1979.
- Point Cloud Library: Documentation Cylinder model segmentation, online verfügbar unter http://pointclouds.org/documentation/tutorials/cylinder_segmentation.php, letzter Zugriff 11/2013.
- Rabbani, T., van den Heuvel, F.: Efficient hough transform for automatic detection of cylinders in point clouds, ISPRS Workshop Laser Scanning, S. 60–65, 2005.
- Rabbani, T.: Automatic Reconstruction of Industrial Installations Using Point Clouds and Images, Publications on Geodesy 62, 2006.
- Rusin, D.: Topics on Sphere Distribution, 1998, online verfügbar unter www.math.niu.edu/~rusin/known-math/95/sphere.faq, letzter Zugriff 11/2013.

- Schnabel, R., Wahl, R., Klein, R.: Efficient RANSAC for Point-Cloud Shape Detection, Computer Graphics Forum, Bd. 26. Wiley Online Library, S. 214–226, 2007.
- Striegl, P., Heister, H., Kandawasvika, A., Reinhardt, W., Renter, J.: Multisensorsystem geoASYS zur 3D Kanaldokumentation, Ingenieurvermessung 10 – Beiträge zum 16. Internationalen Ingenieurvermessungskurs, S. 145–156, 2010.
- Striegl, P., Kandawasvika, A., Reinhardt, W., Heister, H., Hümmer, F.: Multi-sensor based Surveying of House Drainage System – The current state of the art, Proceedings of the International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation, 2012.
- Weber, M.: Genauigkeitsuntersuchung der Mini 3D Kamera SR4000, Diplomarbeit am Institut für Angewandte Informatik & Institut für Geodäsie der Universität der Bundeswehr München, unveröffentlicht, 2010.

Anschrift der Autoren

Dipl.-Ing. Philipp Striegl
M.Sc. (Inf.) Kim Mönch
Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Reinhardt

Universität der Bundeswehr München
AGIS/Institut für Angewandte Informatik
Werner-Heisenberg-Weg 39, 85577 Neubiberg
philipp.striegl@unibw.de
wolfgang.reinhardt@unibw.de

Dieser Beitrag ist auch digital verfügbar unter www.geodaesie.info.